



立体几何与测量学在口腔修复中的应用

于海洋* 罗天 孙纪奎 赵雨薇 李丹雪 杨扬 高姗姗

作者单位：口腔疾病防治全国重点实验室，国家口腔医学中心，国家口腔疾病临床医学研究中心，四川大学华西口腔医院修复Ⅱ科

*通讯作者：于海洋，联系方式：18980685999，电子邮箱：YHYmechanics@163.com，通讯地址：四川省成都市武侯区人民南路三段14号，610041

【摘要】数字化口腔修复学一直是国际口腔学界的前沿热点。从结果上看，口腔医学技术专业代表的口腔修复体制作端近十年来引入日益完善的计算机辅助设计、数控加工、制作等已相对成熟；但在口腔修复临床端，除数字化口扫、面扫、虚拟美学分析、设计及下颌运动轨迹描记等分析设计阶段运用了部分数字化手段外，大部分操作尤其是不可逆操作还是以经验类比模型为基础，数字化应用远未成熟。临床端缺少对目标修复空间的三维几何分析、精准转移及校验，是目前制约数字化口腔修复学整体进步的瓶颈，究其根源就是还没有真正做到遵循立体几何与测量学来形成数字化修复所需的精密逻辑基础。本文将探讨口腔修复中的立体几何量概念及其在修复边缘区域的典型表征、测量方案等，并总结当前弱人工智能阶段下数字化口腔修复学的学科特点与对未来的展望。

【关键词】数字化修复；立体几何量；目标修复空间；数字引导式修复；数字化口腔修复学

The Application of Stereo Geometry and Surveying in Prosthodontics

Haiyang Yu*, Tian Luo, Jikui Sun, Yuwei Zhao, Danxue Li, Yang Yang, Shanshan Gao. (State Key Laboratory of Oral Diseases & National Center for Stomatology & National Clinical Research Center for Oral Diseases, Department II of Prosthodontics, West China Hospital of Stomatology, Sichuan University, Chengdu, Sichuan Province, P.R. China.)

Correspondence: Haiyang Yu. Tel: 18980685999. Email: YHYmechanics@163.com. Address: No.14, Section 3, Renmin South Road, Wuhou District, Chengdu 610041, Sichuan Province, P.R. China.

【Abstracts】 The digital technology has been continuously integrated into the work of prosthodontics, medical teaching and research, and the gradually formed digital prosthodontics which has always been a frontier hotspot in international stomatology community. From the view of result, the production of oral prosthesis represented by the specialty of oral medicine technology has been relatively mature through the introduction of increasingly perfect computer-aided design and manufacturing in the past ten years; however, in the clinical part, in addition to the use of some digital means in the analysis and design stages such as digital mouth scan, face scan, virtual aesthetic analysis design and jaw trajectory tracing, most operations, especially irreversible operations, are still based on empirical analogy models, and their digitalization is far from mature in part. However, the general lack of three-dimensional geometry analysis, transfer and verification for the target restoration space in the clinic is the bottleneck that restricts the overall progress of oral digital restoration, and the root cause is that we have not really followed the three-dimensional geometry to form the precise logical foundation necessary for digital restoration. Therefore, this paper will focus on the concept of stereogeometric quantities in oral prosthodontics and its typical characterization in the edge region of restoration, and summarize the disciplinary characteristics and future prospects of digital prosthodontics under the current stage of weak artificial intelligence.

【Key words】 digital restoration; solid geometry; target restorative space; digitally guided restoration; digital prosthodontics

1 引言

20世纪80年代，随着计算机辅助设计与制

造技术（computer-aided design and manufacturing, CAD/CAM）首次被应用于口腔领域，标志着口腔数字化的开端^[1,2]。20世纪90年代，Mozzo等

DOI: 10.12337/zgkqjxjyzz.2024.01.001

基金项目：四川省卫健委研究者发起的临床研究项目 不同引导方式对瓷贴面修复定深与控厚效果的队列研究（项目编号：230021）

Supported by: A clinical research project initiated by researchers from the Sichuan Provincial Health Commission; a cohort study on the effects of different guidance methods on depth setting and thickness control of porcelain veneer repairs(No.230021)

首次将锥体束计算机断层扫描技术 (cone beam computed tomography, CBCT) 应用于口腔领域^[3]，从而为现代数字化口腔奠定了基础。近半世纪以来，随着以数字化设计、口扫、面扫、数控切削制造、增材制造技术为代表的各种数字化技术不断迅猛发展，数字化技术开始与口腔医学各分支学科深度整合融入，这极大改变了当前的口腔修复诊疗流程，有效地提升了疗效^[4-7]。

从对接同时代先进科技来看，笔者认为数字化口腔修复学的最新定义是指应用符合人体解剖生理的信息化和数字化技术支撑的数字化临床或制作方案，来修复口腔及颌面部各种缺损并恢复其相应生理功能，预防或治疗口颌系统疾病的一门临床科学。在口腔修复学医教研等工作中，尤其是口腔美学（美容）修复、口腔种植修复等分支领域都离不开数字化技术的辅助与支持，由此逐步形成的数字化口腔修复学已成为了国际口腔学科的前沿热点。

各类口腔修复体都需要有包容承载的空间，这个虚拟或实体轮廓分层空间就是目标修复体空间 (target restorative space, TRS)^[8,9]。口腔修复学的核心是对目标修复体空间的分析设计和临床准确转移，其本质就是规范目标修复体空间的体积、面积、线段及角度等立体几何量的空间逻辑秩序的再造。与传统修复流程相比，数字化口腔修复流程将更直观、高效、便利，临床实操引导更精准可控，使得我们今天已经能够洞见未来口腔修复全程数字化的美好愿景。

在口腔修复方案设计阶段，口腔医师可通过构建虚拟患者、虚拟美学分析设计、修复方案预告技术等各种数字化手段，发挥数字化高效直观等优势特长，从而对目标修复体空间的设计与预告提供有效支撑。在修复临床实施阶段，以计算机辅助设计与制造、三维打印等为代表的数字化制造技术赋予了精准转移目标修复体空间的可能。

然而，我们越来越感到数字化修复的创新实践受制于现有的学科基础，具体实施应用延展困难，总感觉“数字化既没有完全解放智力，也没有完全解放体力”。在分析设计阶段，对几何量的定义不明确不清晰——“线、面、体”不分，导致目标修复体空间精准测量无法准确设计与传递；在临床实施阶段，普遍缺少针对目标修复空间的几何量准确转移、测量及核查校验手段，大多数临床实施仍建立在目测、自由手等“经验类比逻辑模型”上，导

致无法实现应用时的准确唯一数学赋值^[10,11]。长期以来业界对目标修复空间本质把握不清，尤其是缺失相关几何量对应的基础概念，使得进一步对修复空间的讨论没有统一的“度量衡”，也失去讨论各种对象的逻辑基础。

如今，我们还尚未做到遵循立体几何和测量学来形成数字化修复所须的精密逻辑基础，这是制约目前口腔数字化修复整体进步的瓶颈。人工智能 (artificial intelligence, AI) 是近年兴起的数字化热点概念^[12]，指让机器的行为看起来与人无异，即智能行为。当前的数字化口腔修复医学尚处于弱人工智能阶段，即无法用人的思想推理、处理问题的智能机器，它们不具有像人一样的思考方式，只是在机械地重复执行命令，并不拥有独立自主的学习意识。在弱人工智能阶段，人工智能还没全面超越人力范围^[13]，它们不具备自主意志，只能在现有程序范围内决策、行动，在大量的统计数据中归纳出模型，用于完成某一类特定的任务，并解决所遇到的相似或相同的问题^[14]。

为此，本文将重点探讨口腔修复中的立体几何量概念及其在口腔美学（美容）修复这一热点专业领域中的典型应用，讨论当前弱人工智能阶段下数字化口腔修复学的学科特点与对未来的展望。

2 口腔修复中的立体几何量概念

日常生活中存在各种由三维立体几何量构成的空间。在立体几何中，对于任何一个客观存在物体几何量的描述常用线、面、体等这些基本术语。在口腔修复临床流程各阶段所涉及的虚拟或实体目标修复体空间，其本质就是几何空间量，在口腔修复学里主要涉及到体积、面积、线段、角度等变量。因此，同样作为预备体、修复体或承载修复体的空间，我们在正确描述时，也可以从立体几何的视角去对照定义和分辨其不同，如完成线、完成面和修复体等，并且明确他们之间的空间关系。

在立体几何概念中，“线”的定义为“点的移动轨迹，具有位置及长度，而无宽度和厚度”；“面”的定义为“线移动所产生的，有长度和宽度，但没有厚度”；而“体”的定义为“有点有线有面的有长、宽、厚的总体”，即“点动成线，线动成面”。而线、面、体的几何量对照映射到口腔修复学中，我们的线面体及相互关系就要比日常见到的立体几何复杂许多，也无法简单的使用某个几何量的运动演绎来解释另一个几何量，其空间关系也根据修复体及预

备体的分类而不尽相同，这也是多年来修复体几何量定义不清晰不明确的原因之一。在固定修复学中，线、面、体可对照映射为完成线、完成面、预备体或修复体（图1）；在口腔种植修复学中，则可对照映射为位置线、位置平面与种植体系统（图2）。

以长期困扰整个行业的口腔固定修复“边缘”质量如何提升的问题为例，国内外口腔医学界对“边缘”的定义也是模糊不清，表现为“线、面、体”不分，导致了我们无法在实操中测量预备量（几何量），无法准确评估牙体预备质量，更无法根据偏差校对预备的量与形，直接导致牙体预备精度一直无法得到提升。下文将以口腔固定修复“边缘”这一代表性微小或极小空间为例，进一步讨论明确修复空间的立体几何量表征及临床意义。

3 从口腔固定修复“边缘”理解修复空间的立体几何量表征

目前学界常常混淆使用“边缘”，甚至是“肩台”来替代所有口腔修复治疗中的完成线^[15-17]，忽视了美学（美容）修复中边缘不仅仅局限于颈部，

还可以在冠部任意位置。这在逻辑上造成了“线、面、体”定义的混乱，也导致了基于经验的传统修复逻辑模式，很难升级为依赖数字的精密逻辑模式，使得数字化口腔修复无法延展。我们无法控制不能测量和数据赋值的对象，尤其是边缘这类小空间、微空间。长期以来，我们对口腔修复中的立体几何量内涵认识不到位，各级概念混用，点、线、面、体不分，直接导致对TRS、预备体、修复体等无法进行数据赋值等问题的出现，严重制约数字化修复的深入。

因此，为了建构数字化口腔修复的基础，笔者建议将固定口腔修复中涉及“边缘”的几何量进行重新定义，针对几何量表征对象——修复体和预备体，进一步将TRS小空间、微空间中的“边缘”这一对最终修复效果至关重要的几何量进行精准定义，形成对边缘的新认识，以方便临床治疗及学术上的沟通和交流，并进一步理解几何量表征的意义。

3.1 基于几何量内涵的预备体边缘表征

1. 完成面（finishing surface）：车针切磨或其

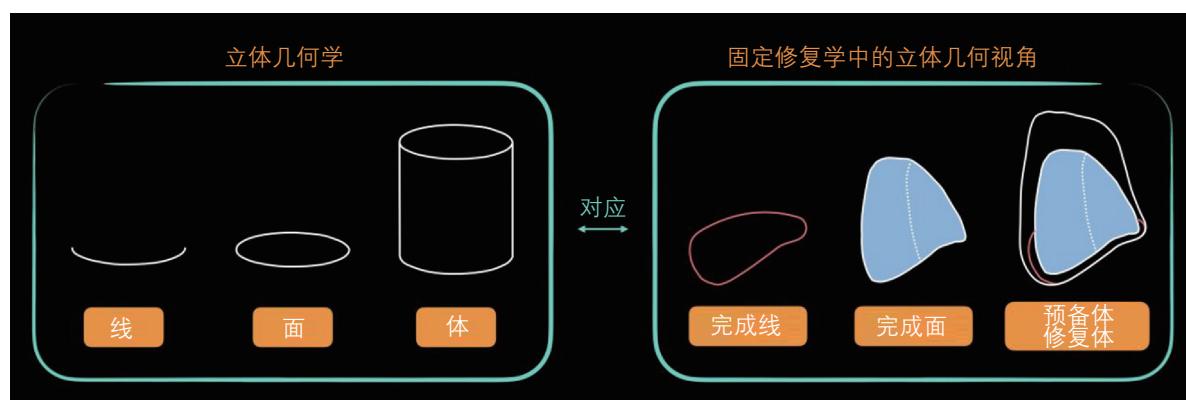


图1 立体几何学在固定修复学中的应用

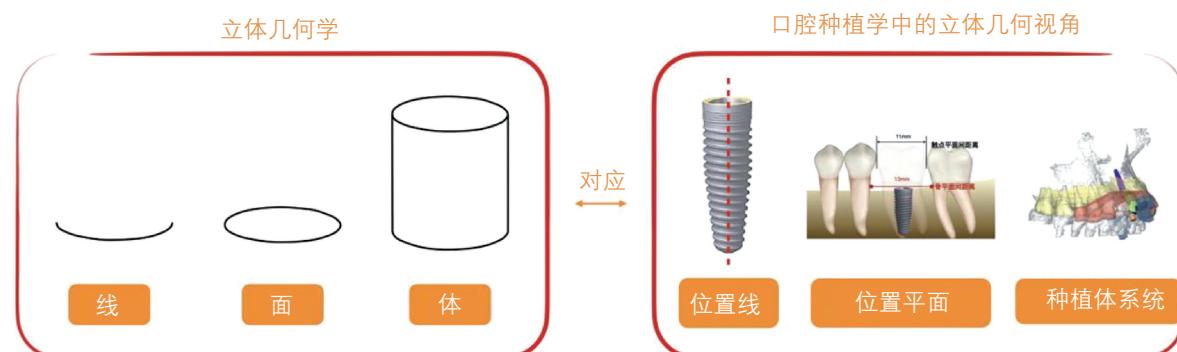


图2 立体几何学在口腔种植学中的应用

他手术去除方式完成牙体预备后，在预备体表面形成的切割面或工作面就叫完成面，其本质是几何量的“面”；

2. 预备体边缘（preparation margin）：由于天然牙面与完成面均为曲面，而面面相交在不同位置所成角度是具有差异性的，因此完成面中与未预备牙体组织呈一定角度范围（ $0^\circ \sim 180^\circ$ ）的分界区域就是预备体边缘，其本质是完成面的一部分，属于几何量的“面”；

3. 预备体完成线（preparation finishing line）：预备体边缘与未预备牙体组织间分界的线角顶点连线称作预备体完成线，其本质是几何量的“线”；

4. 预备体边缘宽度（preparation margin width）：自预备体边缘完成线上任一点起始，沿预备体长轴方向的特定距离处，对应在完成面上的点到牙体预备前牙体外形轮廓的最小线距称作预备体边缘宽度，其本质是几何量的线，其绝对值是线段的长度，对应的误差叫线性误差。完成面、预备体边缘、预备体边缘完成线三者之间是呈现包含的关系（图 3）。

3.2 基于几何量内涵的修复体边缘表征

修复体边缘（restoration margin）：覆盖在预备体上的修复体的最外侧边界区域就是修复体边缘，由于修复体的边缘是有厚度的，因此无法用简单的“线”或“边缘线”等去定义解释其内涵，其本质上是立体几何量的“体”。修复体的边缘又可细分为修复体内边缘、修复体外边缘以及修复体完成线等表征（图 4）：

1. 修复体内边缘（restoration inner margin）：修复体边缘的内侧与预备体相对的部分称作修复体内边缘；

2. 修复体外边缘（restoration outer margin）：修复体边缘外侧与口腔患者相对应的部分称作修复体外边缘；

3. 修复体完成线（restoration finishing line）：修复体内、外边缘交界转角处线角的顶点连线称作修复体完成线；

4. 修复体边缘宽度（restoration margin width）：修复体完成线垂直方向上预设边缘宽度值处修复体内边缘与外边缘之间的距离定义为修复体边缘宽

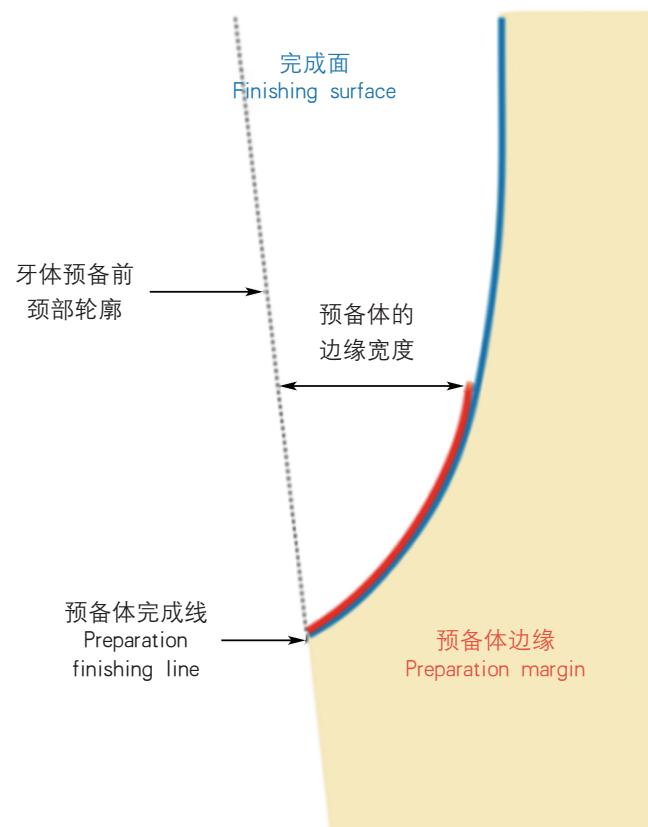


图 3 基于立体几何量内涵的预备体边缘示意图

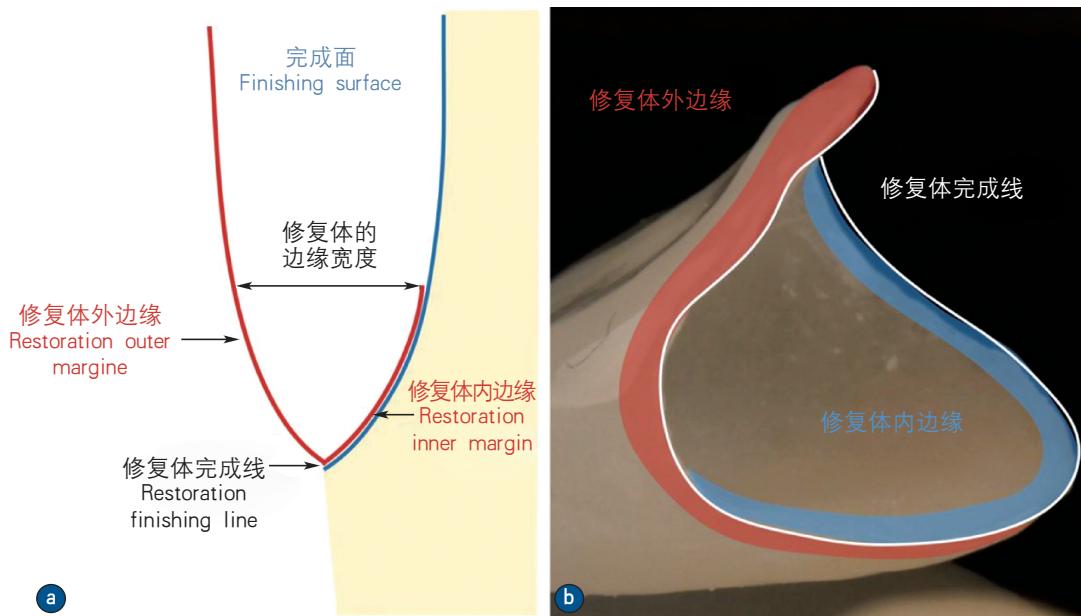


图4 基于立体几何量内涵的修复体边缘表征

a. 修复体边缘二维剖面示意图：显示修复体外边缘、内边缘、完成线及边缘宽度之间关系；b. 修复体边缘三维视图：显示修复体外边缘、内边缘及完成线的关系。

度，其本质是立体几何量的线，其绝对值是线段的长度，对应的误差叫线性误差。

修复体的内边缘、外边缘及完成线共同构成了修复体的边缘这一立体几何概念。

在过往的专业认知中，预备体边缘与修复体边缘常常混为一谈，定义不清晰这也导致了修复过程中的概念混乱^[18-20]。数字化口腔修复中修复空间设计、以及以边缘为代表的临床或制作上的几何量无法数据赋值，也使得对修复效果极为重要的边缘质量无法评估判断^[21]，这将增加医技之间的沟通成本，也是困扰整个口腔业界“边缘”质量不佳等难题产生的原因之一。

修复体边缘厚度由所选择的修复材料的最小厚度和预备体边缘厚度共同决定，因此在修复方案制定时，就需要综合考虑修复材料与牙体预备量，即前文所述的TRS空间分析，从而保证修复体边缘的加工质量。

4 小结及展望

在口腔修复学中有关“形”的要素都是几何量。尽管“形”是客观的，但长期以来业界对其定

义尚无“线、面、体”的分别，这直接导致了修复立体几何量的表征无法进行准确的数据赋值，制约了数字化修复的升级发展。在数字化口腔修复时代，只有做到各立体几何量的准确定义和可数据赋值特性，才能够在进行数字化加工和操作时做到依据数据而非再次依赖经验。

对照信息化、数字化以及数字化转型的三个数字化发展阶段特征，当前口腔修复学还处于信息化和数字化阶段，仍未完成数字化转型，仍处于弱人工智能的数字化发展阶段。在进一步向数字化转型的关键阶段，明晰口腔修复中的立体几何量是接下来工作的核心与基础。

本文以重要且典型的口腔修复中“边缘”几何量为例，提出了新定义和新方案，希望能够改善修复几何量定义模糊、混乱不清的现状，顺利提升边缘质量。只有当数字化修复的立体几何量的测量规范等得到满足后，才能更好地支撑数字化修复的健康发展，进而使未来的口腔修复行业的数字化转型成为可能。因此，立体几何和测量学在口腔修复中的规范落实将助力未来数字化修复的发展。

参考文献

- [1] Duret F, Blouin JL, Duret B. CAD-CAM in dentistry[J]. J Am Dent Assoc. 1988; 117(6):715-720.
- [2] Duret F. Computerized dentistry[J]. Dent Pract Manage. 1986;10-13.
- [3] Mozzo P, Procacci C, Tacconi A, et al. A new volumetric CT machine for dental imaging based on the cone-beam technique: preliminary results[J]. Eur Radiol. 1998; 8(9):1558-1564.
- [4] Petre A, Drafta S, Stefanescu C, et al. Virtual facebow technique using standardized background images[J]. J Prosthet Dent. 2019; 121(5):724-728.
- [5] Daher R, Ardu S, Vjero O, et al. 3D Digital smile design with a mobile phone and intraoral optical scanner[J]. Compend Contin Educ Dent. 2018; 39(6):e5-e8.
- [6] Li J, Chen Z, Dong B, et al. Registeringmaxillomandibular relation to create a virtual patient integrated with a virtual articulator for complex implant rehabilitation: A clinical report[J]. J Prosthodont. 2020; 29(7):553-557.
- [7] Luo T, Zhang J, Fan L, et al. A digital workflow with the virtual enamel evaluation and stereolithographic template for accurate tooth preparation to conservatively manage a case of complex exogenous dental erosion[J]. J Esthet Restor Dent. 2022; 34(5):733-740.
- [8] 于海洋, 李俊颖. 目标修复体空间的内涵、分析设计及临床转移实施 [J]. 华西口腔医学杂志 , 2015, 33(2):111-114.
- [9] Yu H, Zhao Y, Li J, et al. Minimal invasive microscopic tooth preparation in esthetic restoration: a specialist consensus[J]. Int J Oral Sci. 2019; 11(3):31.
- [10] 于海洋. 关于牙体预备里的数字追问——从目测经验类比到数字引导 [J]. 华西口腔医学杂志 , 2021, 39(1):9-19.
- [11] 于海洋. 种植修复里的数字追问——从经验类比到数字引导 [J]. 华西口腔医学杂志 , 2021, 39(4):386-397.
- [12] 中华口腔医学会 . 口腔医学交叉学科的数字化词汇和专业术语 : T/CHSA 013-2019[S]. 北京 : 人民卫生出版社 , 2023:672-684.
- [13] 于海洋, 张呐, 贺子敬, 等. 弱人工智能数字化时代的医技关系 [J]. 口腔医学 , 2023, 43(7):577-583.
- [14] 黄志斌, 钱巍. 弱人工智能对人化自然的介入及其生态化发展路向 [J]. 自然辩证法研究 , 2023, 39(6):39-44.
- [15] The Academy of Prosthodontics, The Academy of Prosthodontics Foundation. The Glossary of Prosthodontic Terms: Ninth Edition[J]. J Prosthet Dent. 2017; 117(5S): e1-e105.
- [16] Wassell R, Nohl F, Steele J, et al. Extra-coronal restorations: concepts and clinical application[M]. Berlin: Springer, 2018.
- [17] The Glossary of Prosthodontic Terms 2023: Tenth Edition[J]. J Prosthet Dent. 2023;130(4 Suppl 1):e7-e126.
- [18] Naert I, Van der Donck A, Beckers L. Precision of fit and clinical evaluation of all-ceramic full restorations followed between 0.5 and 5 years[J]. J Oral Rehabil, 2005; 32(1):51-57.
- [19] Rosenstiel SF, Land MF, Fujimoto J. Contemporary fixed prosthodontics[M]. Amsterdam: Elsevier Health Sciences, 2015.
- [20] Liang S, Yuan F, Luo X, et al. Digital evaluation of absolute marginal discrepancy: a comparison of ceramic crowns fabricated with conventional and digital techniques[J]. J Prosthet Dent. 2018; 120(4):525-529.
- [21] Al Hamad KQ, Al Rashdan BA, Al Omari WM, et al. Comparison of the fit of lithium disilicate crowns made from conventional, digital, or conventional/digital techniques[J]. J Prosthodont. 2019; 28(2):e580-e586. Erratum in: J Prosthodont. 2019;28(3):348.

引文格式: 于海洋, 罗天, 孙纪奎, 等. 立体几何与测量学在口腔修复中的应用 [J]. 中国口腔医学继续教育杂志 , 2024, 27(1):1-6.